

## Lösungshinweise zu den Übungsaufgaben „Haushaltstheorie“

### Aufgabe 1:

$$U = x_1 x_2$$

$$dU / dx_1 = x_2 \quad \Rightarrow \text{positiver Grenznutzen (da Menge von Gut 2 stets positiv)}$$

$$dU^2 / d^2x_1 = 0 \quad \Rightarrow \text{kein abnehmender Grenznutzen (Grenznutzen ist konstant)}$$

$$U = 3x_1 + 5x_2$$

$$dU / dx_1 = 3 \quad \Rightarrow \text{positiver Grenznutzen}$$

$$dU^2 / d^2x_1 = 0 \quad \Rightarrow \text{kein abnehmender Grenznutzen (Grenznutzen ist konstant)}$$

$$U = 3x_1^{0,4} x_2^{0,6}$$

$$dU / dx_1 = 1,2 x_1^{-0,6} x_2^{0,6} \quad \Rightarrow \text{positiver Grenznutzen (da } > 0)$$

$$dU^2 / d^2x_1 = -0,72 x_1^{-1,6} x_2^{0,6} \quad \Rightarrow \text{abnehmender Grenznutzen (da } < 0)$$

analoges Vorgehen für  $x_2$

$$U = 3x_1 - 5x_2$$

Siehe zweites Beispiel, allerdings ist hier für  $x_2$  kein positiver, sondern ein negativer Grenznutzen gegeben.

$$U = 3x_1^{0,4} x_2^{-0,6}$$

Für  $x_1$  siehe drittes Beispiel, wiederum ist für  $x_2$  bereits die erste partielle Ableitung negativ, so dass kein positiver Grenznutzen gegeben ist.

$$U = 5x_1^2 x_2^2$$

$$dU / dx_1 = 10 x_1 x_2^2 \quad \Rightarrow \text{positiver Grenznutzen (da } > 0)$$

$$dU^2 / d^2x_1 = 10 x_2^2 \quad \Rightarrow \text{kein abnehmender Grenznutzen (da } > 0)$$

### Aufgabe 2

Variante 1:

Nutzenfunktion nach  $q_2$  auflösen und nach  $q_1$  differenzieren. Dann die entsprechenden Zahlenwerte einsetzen:

$$U = q_1^{0,5} q_2^{0,5} \Rightarrow q_2^{0,5} = U / q_1^{0,5} \Rightarrow q_2 = U^2 / q_1$$

$$dq_2 / dq_1 = -1 * U^2 / q_1^2 \quad (= \text{GRS})$$

$$\text{a) } U = 4^{0,5} * 16^{0,5} = 2 * 4 = 8$$

$$\text{Einsetzen der Zahlenwerte ergibt: } \text{GRS} = -1 * 64 / 16 = -4$$

$$\text{b) } U = 16^{0,5} * 4^{0,5} = 4 * 2 = 8$$

$$\text{Einsetzen der Zahlenwerte ergibt: } \text{GRS} = -1 * 64 / 256 = -1 / 4$$

Variante 2:

Über die allgemeine Herleitung mit Hilfe des totalen Differentials ergibt sich: Die Grenzrate der Substitution ist das negative umgekehrte Verhältnis der Grenznutzen, d. h.

$$GRS = (dU / dq_1) / (dU / dq_2)$$

$$dU / dq_1 = 0,5 q_1^{-0,5} q_2^{0,5}$$

$$dU / dq_2 = 0,5 q_2^{-0,5} q_1^{0,5}$$

a) Einsetzen der Zahlenwerte liefert:  $dU / dq_1 = 0,5 * 0,5 * 4 = 1$

$$dU / dq_2 = 0,5 * 0,25 * 2 = 0,25$$

$$\text{ö } GRS = - 1 / 0,25 = - 4$$

b) Einsetzen der Zahlenwerte liefert:  $dU / dq_1 = 0,5 * 0,25 * 2 = 0,25$

$$dU / dq_2 = 0,5 * 0,5 * 4 = 1$$

$$\text{ö } GRS = - 0,25 / 1 = - 0,25$$

### Aufgabe 3:

a) Zur Zeichnung: siehe Vorlesungsunterlagen.

Zur Erläuterung: Die Steigung der Budgetgeraden muss der Steigung der Nutzenindifferenzkurve entsprechen. Ökonomisch bedeutet dies, dass das Verhältnis der Güterpreise dem Verhältnis der Grenznutzen entsprechen muss.

b) Lagrange-Ansatz:

$$L = q_1^{0,5} q_2^{0,5} + \lambda (100 - 5 q_1 - 20 q_2)$$

$$(1) dL / dq_1 = 0,5 q_1^{-0,5} q_2^{0,5} - 5 \lambda = 0$$

$$(2) dL / dq_2 = 0,5 q_2^{-0,5} q_1^{0,5} - 20 \lambda = 0$$

$$(3) dL / d\lambda = 100 - 5 q_1 - 20 q_2 = 0$$

Gleichungen (1) und (2) nach  $\lambda$  auflösen und gleichsetzen ergibt:

$$2 q_1^{-0,5} q_2^{0,5} = 0,5 q_2^{-0,5} q_1^{0,5}$$

Auflösen nach  $q_1$  ergibt:  $q_1 = 4 q_2$

Einsetzen in (3):  $100 = 40 q_2 \Rightarrow q_2 = 2,5 \quad \Rightarrow q_1 = 10$

#### Aufgabe 4:

a) Lösung über den Lagrange-Ansatz

$$L = 5q_1^{0,2} q_2^{0,8} + \lambda (y - q_1 p_1 - q_2 p_2)$$

Bildung der partiellen Ableitungen:

$$(1) dL / dq_1 = q_1^{-0,8} q_2^{0,8} - p_1 \lambda = 0$$

$$(2) dL / dq_2 = 4 q_2^{-0,2} q_1^{0,2} - p_2 \lambda = 0$$

$$(3) dL / d\lambda = y - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0$$

Auflösen von (1) und (2) nach  $\lambda$  ergibt:

$$\lambda = \frac{1}{p_1} q_1^{-0,8} q_2^{0,8} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{4}{p_2} q_2^{-0,2} q_1^{0,2}$$

Gleichsetzen und nach  $q_2$  auflösen:

$$q_2 = \frac{4p_1}{p_2} q_1$$

Einsetzen in (3):

$$y = p_1 q_1 + p_2 \frac{4p_1}{p_2} q_1$$

$$y = 5 p_1 q_1$$

$$\Rightarrow q_1 = y / 5p_1$$

$$\text{b) } \varepsilon_p = \frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q}$$

$$dq / dp = -2$$

$$q = 100 - 2 \cdot 25 = 50$$

$$\varepsilon_p = -2 \frac{25}{50} = -1$$

c) siehe Vorlesungsunterlagen

### Aufgabe 5:

a) Die Preiselastizität der Nachfrage zeigt die relative Änderung der nachgefragten Menge (Wirkung) im Verhältnis zur relativen Änderung des Preises eines Gutes. Die Kreuzpreiselastizität der Nachfrage zeigt die relative Änderung der nachgefragten Menge eines Gutes A im Verhältnis zur relativen Änderung des Preises eines Gutes B.

b) Es handelt sich um Substitutionsgüter.

### Aufgabe 6:

Siehe Vorlesungsunterlagen

### Aufgabe 7:

a) Lagrange Ansatz

$$L = (q_1 + 10)q_2 + \lambda (180 - q_1 - q_2)$$

$$(1) \frac{dL}{dq_1} = q_2 - \lambda = 0$$

$$(2) \frac{dL}{dq_2} = q_1 + 10 - \lambda = 0$$

$$(3) \frac{dL}{d\lambda} = 180 - q_1 - q_2 = 0$$

Gleichsetzen (1) und (2):

$$q_2 = q_1 + 10$$

Einsetzen in (3): [Hinweis: Vorzeichen beachten !]

$$180 - q_1 - q_1 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow q_1 = 85 \quad q_2 = 95$$

b) Derselbe Ansatz mit:  $L = (q_1 + 10)q_2 + \lambda (180 - 4q_1 - q_2)$

$$\Rightarrow q_1 = 17,5 \quad q_2 = 110$$